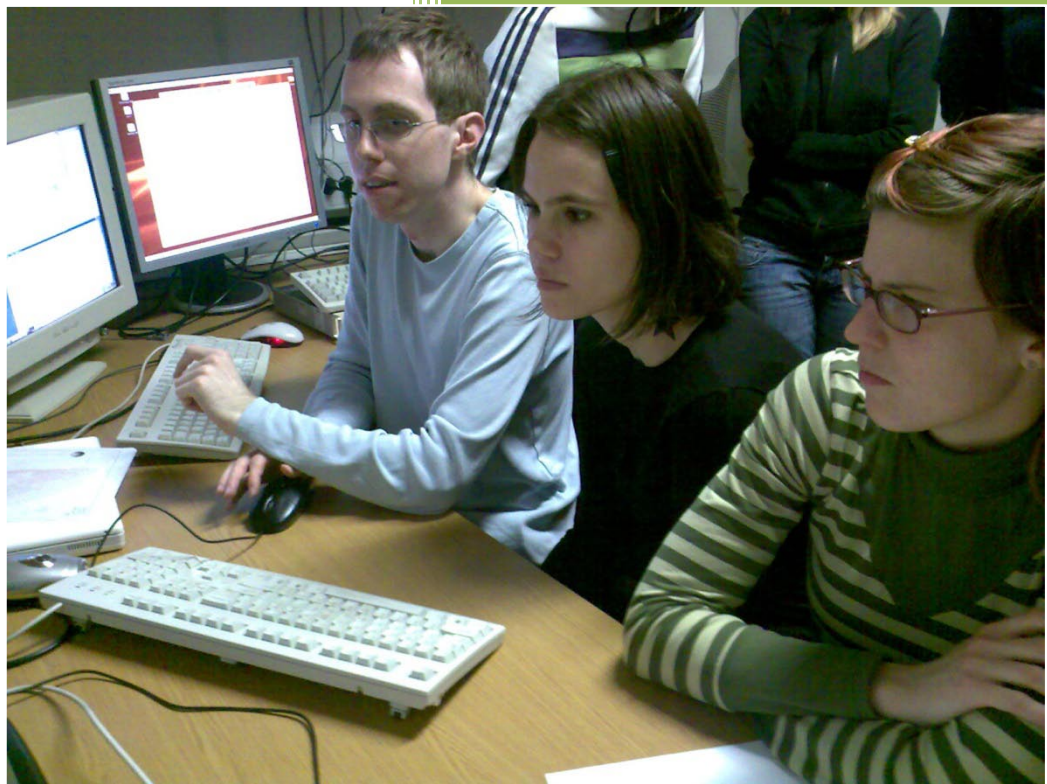


Seminarska naloga pri  
predmetu Astronomija

# Merjenje višin gora na Luni



Jasna Mršol  
Maja Ptičar  
Neda Tompa  
Miha Zadnik

2007/2008

## 1. Kazalo

1. Kazalo .....	2
2. Uvod .....	3
3. Slikanje Lune .....	4
3.1 Izbira primernega datuma .....	4
3.2 Slikanje Lune na Golovcu .....	4
3.3 Rezultati slikanja .....	4
4. Delo s fotografijami.....	5
4.1 Urejanje dobljenih fotografij .....	5
4.2 Odbiranje podatkov o gorah in njihovih sencah z obdelanih slik.....	7
5. Izračuni.....	8
5.1 Dolžine senc.....	8
5.2 Višine gora .....	9
5.3 Računanje višine Sonca za posamezne gore .....	10
6. Rezultati .....	12
6.1 Izračunane višine gora .....	12
6.2 Napaka meritve .....	12
7. Zaključek.....	14

## 2. Uvod

Že naslov naše seminarske naloge jasno razodeva, da je bila naša naloga izmeriti višine gora na Luni. Ko smo se kot skupina dokončno sestavili, smo v začetku letošnjega leta začeli z delom.

Naša prva naloga je bila ugotoviti kako se bomo seminarske naloge sploh lotili. Odločili smo se, da bomo s pomočjo fotografij Lune, na katerih bomo iz dolžine senc, ki jih bodo gore metale na Lunino površje ter z osnovnimi matematičnimi principi geometrije na sferi, izračunali višino gor na Luni.

Ko smo si določili okvirje ter si zastavili cilje, smo se odpravili na delo. Celoten potek našega dela je podrobno opisan v jedru naše seminarske naloge. Če pa jih povzamemo, so bili osnovni koraki naslednji:

- Slikanje Lune iz observatorija na Golovcu ob pravem delu meseca
- Urejanje dobljenih fotografij za pridobitev čim bolj natančnih podatkov
- Zbiranje podatkov, nastavkov ter formul, potrebnih za naše izračune
- Procesiranje dobljenih podatkov

Ko smo opravili vso to delo, smo dobljene podatke združili v smiselno celoto in nastala je pričujoča seminarska naloga. Ker smo se naloge lotili z vso resnostjo, menimo, da je nastalo dobro poročilo našega dela in hkrati dober prikaz postopka za izračun višine precej oddaljenih objektov (v našem primeru gora na Luni) z osnovnimi prijemi matematike, astronomije ter s pomočjo teleskopa.

## 3. Slikanje Lune

### 3.1 Izbira primerne datuma

Za izbiro datuma je bilo potrebno upoštevati več faktorjev. Kot prvo smo si izbrali gore (poiskali smo jih na internetu<sup>1</sup>), ki so blizu središčnega meridiana, zato da bomo videli njihove sence pod približno pravim kotom. Potem smo morali iskati takšen čas, da bodo te sence najdaljše, kar pa je takrat, ko je terminator v bližini gor (torej je vpadni kot sončnih žarkov takrat zelo majhen). Ker smo izbrali gore blizu središčnega meridiana, je potem tudi terminator blizu središčnega meridiana, kar za nas pomeni, da je Luna napol osvetljena, napol pa ne, oziroma da vidimo le en krajec. Pri izbiri datuma smo morali paziti torej le še na to, da so bile res vse izbrane gore osvetljene.

### 3.2 Slikanje Lune na Golovcu

Ko smo določili idealni časovni okvir za naše slikanje, smo se za datum prijavili Bojanu Dintinjani na observatorij na Golovcu. Dan, ki nam ga je na podlagi naše prijavnice določil Bojan, je bil **14. april 2008**. V ponedeljek, okoli devete ure zvečer smo se tistega dne odpravili na Golovec<sup>2</sup>, da poslikamo Luno. Ko smo prišli do observatorija, nam je Bojan razkazal prostore, teleskop<sup>3</sup> ter nam razložil osnovne postopke slikanja.

Ker je imela skupina študentk podobno nalogo kot mi (Porazdelitev kraterjev na Luni), smo pri slikanju sodelovali skupaj. Naša prva naloga je bila izdelava zaslonke za teleskop. Za mero smo uporabili plastičen pokrov za primarno zrcalo. Izrezali smo dve luknji - eno za centralni tubus (16 cm), drugo za prepuščanje svetlobe (25 cm). Ker se je zaslonka popolnoma prilegala, smo lahko nemudoma pričeli z opazovanji. Skupaj z drugo skupino smo posneli **4 slike s filtrom B (z osvetlitvijo 0.4 s), 6 slik s filtrom V (z osvetlitvijo 0.1 s) in 1 sliko s filtrom R (z osvetlitvijo 0.6 s)**.

### 3.3 Rezultati slikanja

Rezultat našega slikanja je bilo 11 visokokvalitetnih slik Lune formata .tif, ki smo jih sedaj imeli za nalogo obdelati doma. S tem smo naše opazovanje na Golovcu zaključili.

---

<sup>1</sup> Wikipedia: [http://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_mountains\\_on\\_the\\_Moon](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_mountains_on_the_Moon)

<sup>2</sup> AGO, Pot na Golovec 25, Ljubljana, Slovenija ( $\varphi = N46^{\circ}2'37''$ ,  $\lambda = E14^{\circ}31'38''$ ,  $h = 396m$ )

<sup>3</sup> VEGA ( $D = 70cm$ ,  $f = 5562mm$ )

## 4. Delo s fotografijami

### 4.1 Urejanje dobljenih fotografij

Slike, ki smo jih posneli s teleskopom na Golovcu smo dobili v formatu .fit, zato smo si jih s programom *Iris* pretvorili v format .bmp (da smo ohranili njihovo kvaliteto). Obdelali smo jih s programom *Photoshop*.

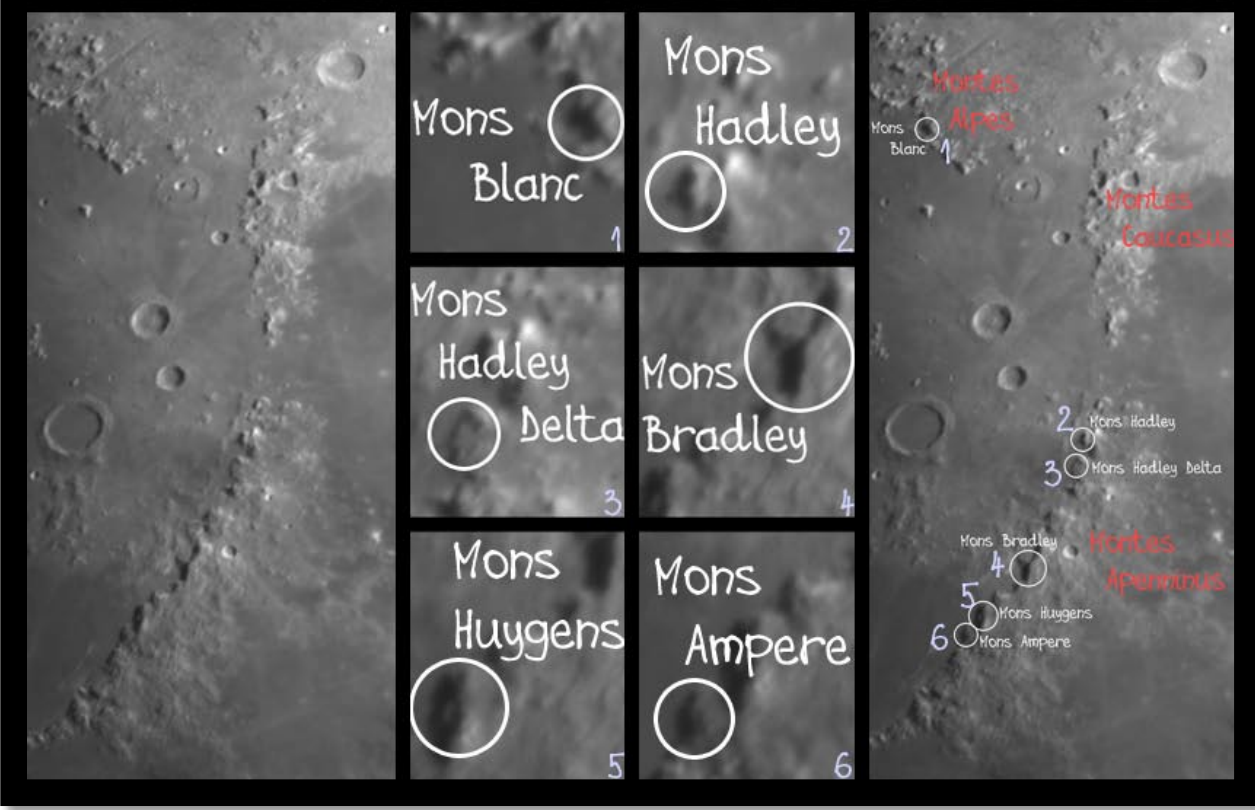
Najprej je bilo potrebno slike posvetliti do te mere, da smo lahko videli gore in njihove sence; le te na izvorni sliki niso bile vidne. Pri tem postopku smo presvetlili preostali del vidne Lune. To pomeni, da smo krajec Lune posvetili tako, da so gore ob terminatorju dobile vidne sence, vso preostalo površje Lune pa je bilo presvetljeno do nerazpoznavnosti. Vendar to ni bilo problematično, ker tistega dela Lune za našo seminarsko nalogo nismo potrebovali.

Osvetljene gore ob terminatorju so bile ciljna tarča našega opazovanja. Ko smo jih dovolj osvetlili, smo jih morali identificirati. Pri tem smo si pomagali z zemljevidi Lune na internetni strani LPI<sup>4</sup>. Sprva smo našli gorovja: **Alpe, Apenine ter Kavkaz**. Potrebno je bilo locirati še specifične gore v teh gorovjih, zato da bomo lahko na podlagi njihovih senc izračunali njihovo višino. Našli smo 6 razpoznavnih gora: **Mons Blanc, Mons Hadley, Mons Hadley Delta, Mons Bradley, Mons Huygens ter Mons Ampere**.

Za lažjo predstavo smo na naslednji strani dodali sliko fotografij Lune. V sliko smo nanizali vse faze obdelovanja fotografije – od originalne ter osvetljene fotografije, do fotografije, na kateri smo locirali gorovja ter posamezne gore.

---

<sup>4</sup> Lunar and Planetary Institute: <http://www.lpi.usra.edu/resources/mapcatalog/>



## 4.2 Odbiranje podatkov o gorah in njihovih sencah z obdelanih slik

### 1. del: Določanje selenografske dolžine in širine gora

Ko smo identificirali gore, smo si pomagali z Wikipedio<sup>5</sup> določiti njihovo selenografsko dolžino in širino.

### 2. del: Določanje dolžin senc

Naš naslednji korak je bil merjenje senc identificiranih gora. Sence smo na sliki prepoznali po izrazito črnih lisah ob izrazito osvetljenih področjih, ki so bile seveda vrhovi gora. S pomočjo orodij *Photoshopa* smo v pikslih izmerili dolžine senc.

### 3. del: Izpolnjevanje tabele

Ker smo sedaj že dobili osnovne podatke o naših gorah, smo pričeli izpolnjevati tabelo, iz katere bo kasneje razviden celoten potek našega računanja ter tudi vsi naši vmesni računi, ki bodo potrebni za končen rezultat.

	Gora	Selenografska dolžina gore	Selenografska širina gore	Dolžina sence [px]
1	Blanc	1.0°E	45.0°N	20
2	Hadley	4.7°E	26.5°N	13
3	Hadley Delta	3.8°E	25.8°N	17
4	Bradley	1.0°E	22.0°N	20
5	Huygens	2.9°W	20.0°N	27
6	Ampere	4.0°W	19.0°N	12

---

<sup>5</sup> Wikipedia: [http://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_mountains\\_on\\_the\\_Moon](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_mountains_on_the_Moon)

## 5. Izračuni

### 5.1 Dolžine senc

#### 1. del: Ali je dolžina sence na fotografiji prava dolžina sence gore?

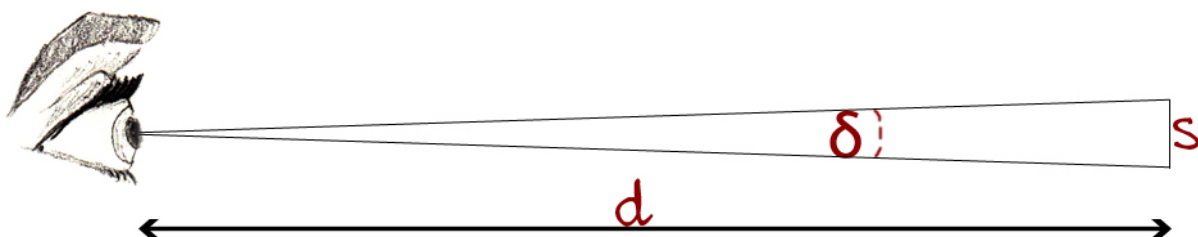
Da. Zakaj? Zato, ker so vsi objekti znotraj le nekaj stopinj E-W od središčnega meridiana in so torej popačeni zanemarljivo malo v E-W smeri. Torej lahko popačenje dolžin senc zaradi sferične ukrivljenosti zanemarimo. Ker sence ležijo zgolj v smeri E-W, je računanje popačenja v smeri N-S (zaradi selenografske širine) nepotrebno.

Ker je torej dolžina sence, ki smo jo mi odčitali iz fotografije dovolj natančen približek prave dolžine sence gore, lahko sedaj brez skrbi dolžino sence iz [px] pretvorimo v [km].

#### 2. del: Izračun dolžine senc v [km]

Ker nas zanima višina gor v nam bližji merski enoti, smo morali dolžine senc gor pretvoriti v kilometre. Da bi dobili čim natančnejše meritve, smo uporabili podatke iz internetne strani Astronomskega observatorija<sup>6</sup>:

*Sekundarno gorišče (brez korektorja)  $f = 5.562m$   $F/D = 8.0$  skala =  $0.333''/piksel$ .*



Iz skice vidimo, da za izračun potrebujemo naslednje podatke:

[1]  $skala = 0.333''/px$

[2]  $\delta = dolžina\ sence\ [px] \cdot skala[''/px] = \left(\frac{dolžina\ sence}{3}\right)'' = \left(\frac{dolžina\ sence}{3 \cdot 3600}\right)^\circ$

[3] Oddaljenost<sup>7</sup> Lune od Zemlje 14. aprila 2008 ob 22:00 je  $385000 \pm 1000\ km$ .  
Torej  $d = 385000\ km$ .

Za izračun dolžine sence ( $s$ ) v [km] imamo sedaj vse potrebne podatke. Nastavimo račun:

$$s = d \cdot \tan \delta \quad \text{ali} \quad 2d \tan \frac{\delta}{2}$$

<sup>6</sup> <http://astro.ago.uni-lj.si/vega/pmwiki.php?n=Main.HomePage>

<sup>7</sup> <http://ssd.jpl.nasa.gov/?horizons>

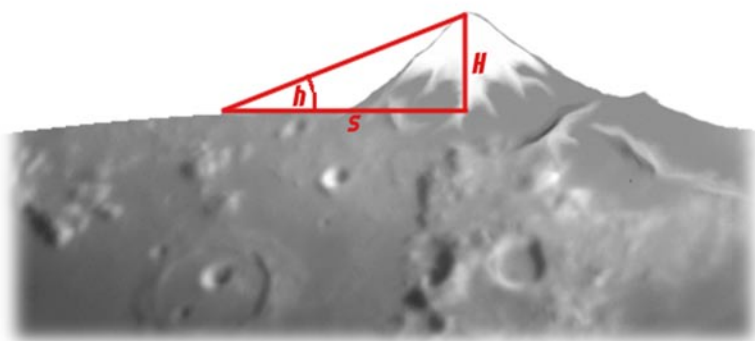


### 3. del: Izpolnjevanje tabele

	Gora	Dolžina sence [px]	Dolžina sence s [km]
1	Blanc	20	12.4
2	Hadley	13	8.1
3	Hadley Delta	17	10.6
4	Bradley	20	12.4
5	Huygens	27	16.8
6	Ampere	12	7.5

## 5.2 Višine gora

Da bomo vedeli katere podatke še potrebujemo, si najprej nastavimo osnovno enačbo, po kateri si bomo izračunali višino gora. Narišimo si skico gore na Luni:



$H$  = višina gore  
 $h$  = vpadni kot sončnih žarkov oz. višina Sonca  
 $s$  = dolžina sence

Iz skice vidimo, da je enačba za izračun višine gora naslednja:

$$H = s \cdot \tan(h)$$

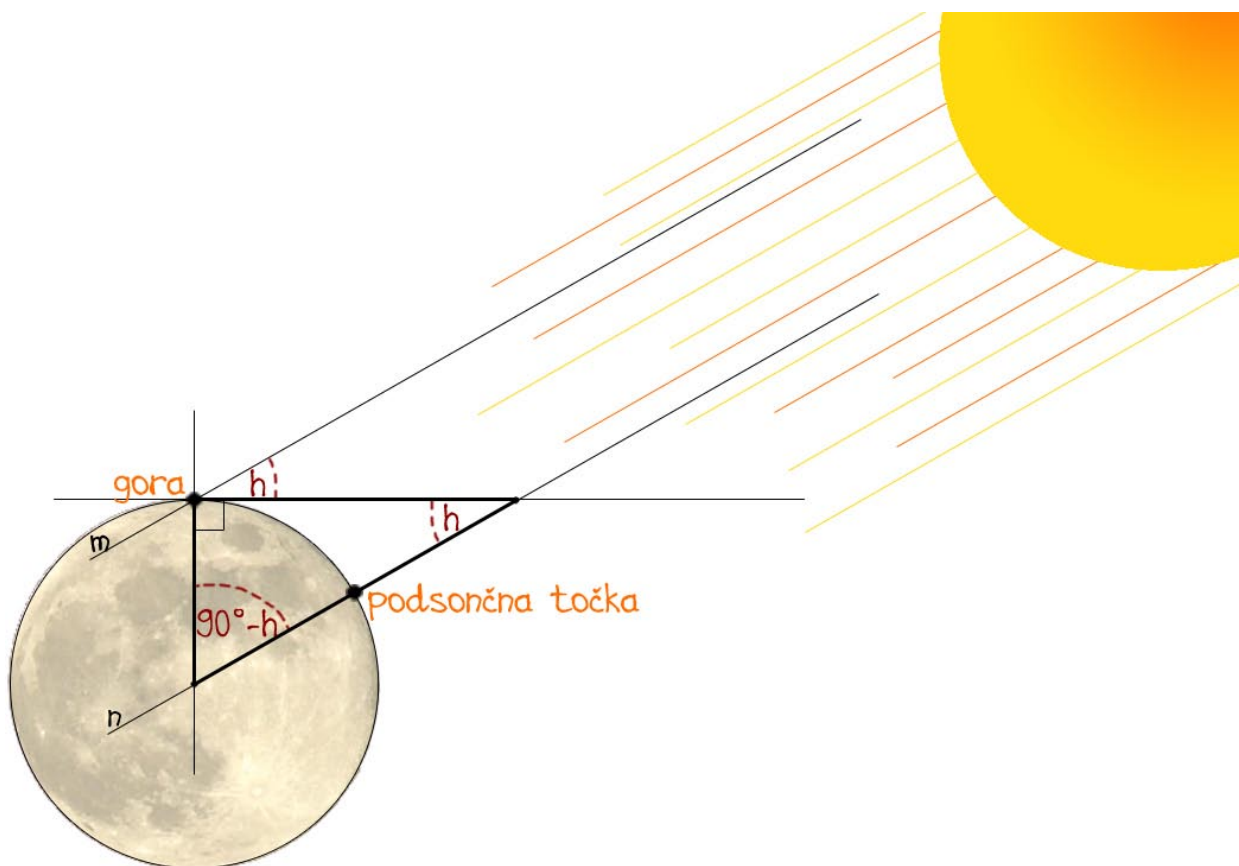
Torej je naslednji podatek, ki ga še potrebujemo, višina Sonca za posamezne gore.

### 5.3 Računanje višine Sonca za posamezne gore

#### 1. del: Kako izračunamo vpadni kot sončnih žarkov?

Na spodnji skici je 2D prikaz povezave med podsončno točko ter vpadnim kotom sončnih žarkov na goro. Ker lahko podsončno točko preberemo iz Luninih efemerid<sup>8</sup>, je ta povezava za nas zelo uporabna.

Z enostavno uporabo Evklidske geometrije je iz skice razvidno, da je kot med podsončno točko in goro  $90^\circ - h$ .



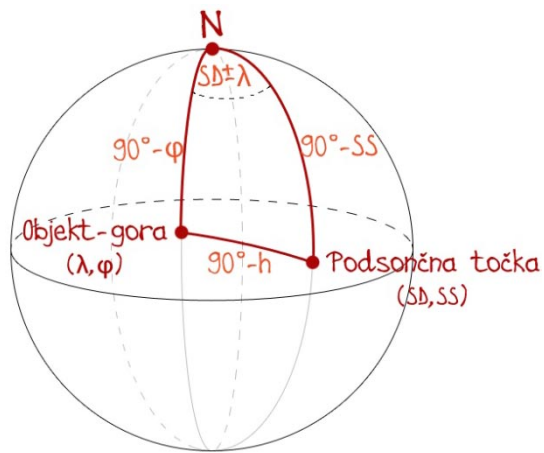
Opomba: Premici  $m$  in  $n$  v resnici nista vzporedni, vendar je razmerje med oddaljenost Sonca od Lune ter Luninim premerom tako veliko, da lahko brez težav zanemarimo nevporednost. ?

kaj pomenjuje?

<sup>8</sup> <http://www.lunar-occultations.com/rlo/ephemeris.htm>

## 2. del: Enačba za računanje višine Sonca

S pomočjo kosinusnega izreka na sferi izračunamo višino Sonca.



$h$  = višina Sonca

$\pm\lambda$  = selenografska dolžina gore<sup>9</sup>

$\varphi$  = selenografska širina gore

$SS$  = selenografska širina podsončne točke =  $1,3^\circ$

$SD$  = selenografska dolžina podsončne točke =  $70,6^\circ$

Za izračun smo napravili naslednjo izpeljavo:

$$\cos(90^\circ - h) = \cos(90^\circ - \varphi) \cdot \cos(90^\circ - SS) + \sin(90^\circ - \varphi) \cdot \sin(90^\circ - SS) \cdot \cos(SD \pm \lambda)$$

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin SS + \cos \varphi \cdot \cos SS \cdot \cos(SD \pm \lambda)$$

$$h = \sin^{-1}(\sin \varphi \cdot \sin SS + \cos \varphi \cdot \cos SS \cdot \cos(SD \pm \lambda))$$

## 3. del: Izpolnjevanje tabele

	Gora	Selenografska dolžina gore ( $\lambda$ )	Selenografska širina gore ( $\varphi$ )	Višina Sonca $h$ [ $^\circ$ ]
1	Blanc	$1,0^\circ E$	$45,0^\circ N$	15.2
2	Hadley	$4,7^\circ E$	$26,5^\circ N$	22.1
3	Hadley Delta	$3,8^\circ E$	$25,8^\circ N$	21.3
4	Bradley	$1,0^\circ E$	$22,0^\circ N$	19.4
5	Huygens	$2,9^\circ W$	$20,0^\circ N$	15.9
6	Ampere	$4,0^\circ W$	$19,0^\circ N$	15.0

<sup>9</sup> v formulo vstavimo  $-\lambda$ , ko je objekt na vzhodu ( $E$ ) in  $+\lambda$ , ko je objekt na zahodu ( $W$ )

## 6. Rezultati

### 6.1 Izračunane višine gora

Sedaj, ko imamo izračunane vse potrebne podatke za izračun višin gora, se spomnimo še enačbe, ki smo si jo izpeljali prej:

$$H = s \cdot \tan(h)$$

Imamo vse podatke za izračun višin gora, zato lahko izpolnimo tabelo:

	Gora	Višina Sonca $h$ [°]	Dolžina sence $s$ [km]	Izračunana višina gora $H$ [km]
1	Blanc	15.2	12.4	3.4
2	Hadley	22.1	8.1	3.3
3	Hadley Delta	21.3	10.6	4.1
4	Bradley	19.4	12.4	4.4
5	Huygens	15.9	16.8	4.8
6	Ampere	15.0	7.5	2.0

### 6.2 Napaka meritve

Ocenjujemo, da bi bili možni naslednji izvori napak:

- Merjenje senc ( $\pm 1px$ )
- Koordinate podsončne točke ( $\pm 0.1^\circ$ )
- Oddaljenost Lune od Zemlje ( $\pm 1/385$ )
- Nejasnost fotografij

Predvsem kratke sence je bilo na fotografiji težko določiti. To pa predstavlja težavo v natančnosti. Večkrat se je bilo potrebno odločiti ali naslednji piksel še predstavlja senco ali ne. Pri kratkih sencah lahko to privede do velike meritvene napake.

Pri vsem tem smo med drugim privzeli tudi vzporednost sončnih žarkov.

Ker so fotografije nejasne (odtenki sivin), pa se lahko zgodi tudi to, da odčitamo napačno goro.



	Gora	Višina Sonca $h$ [°]( $\pm 0,1^\circ$ )	Dolžina sence [px]( $\pm 1px$ )	Dolžina sence $s$ [km]( $\pm 0,7km$ )	Izračunana višina gora $H$ [km]
1	Blanc	15.2	20	12.4	$3.4 \pm 0.2$
2	Hadley	22.1	13	8.1	$3.3 \pm 0.3$
3	Hadley Delta	21.3	17	10.6	$4.1 \pm 0.3$
4	Bradley	19.4	20	12.4	$4.4 \pm 0.2$
5	Huygens	15.9	27	16.8	$4.8 \pm 0.2$
6	Ampere	15.0	12	7.5	$2.0 \pm 0.2$

Ker pa nas je zanimalo kako natančni so bili naši izračuni višin gora na Luni v primerjavi z uradnimi podatki, smo naredili še eno tabelo, ki vsebuje te podatke:

	<b>Gora</b>	<b>Izračunana višina gora <math>H</math> [km]</b>	<b>Uradna<sup>10</sup> višina gora [km]</b>	<b>Odstopanje meritev od pravih vrednosti</b>
<b>1</b>	Blanc	3.4	3.6	-6%
<b>2</b>	Hadley	3.3	4.6	-28%
<b>3</b>	Hadley Delta	4.1	3.5	+20%
<b>4</b>	Bradley	4.4	4.2	+5%
<b>5</b>	Huygens	4.8	4.7	+2%
<b>6</b>	Ampere	2.0	3.0	-33%

---

<sup>10</sup> [http://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_mountains\\_on\\_the\\_Moon](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_mountains_on_the_Moon)

## 7. Zaključek

Uspešno smo pokazali, da se lahko z opazovanjem in osnovnimi prijemi geometrije izmeri dele površja drugih nebesnih teles. Pri izračunu višin, ki ima kar nekaj korakov, so dobljeni rezultati še toliko bolj presenetljivi, saj so ne le v istem velikostnem razredu kot uradni podatki, marveč so jim tudi dokaj blizu.

Postopek, ki še zdaleč ni selenodezijsko primeren za uporabno aplikacijo, kot na primer kartiranje, ki se v resnici opravlja z radarskimi sateliti, je vseeno za našo natančnost in objekte sprejemljiv, saj so opazovane posledice (sence) v istem velikostnem razredu kot objekti (gore) in tako zadovoljivo vidne tudi na velike razdalje (več kot 1 sv. sekunda).

Edino nebesno telo, ki je dovolj blizu, da zanj vsaj približno ta metoda da uporabne podatke, je Luna. Mars se v najoptimalnejši postavitvi Zemlji ne približa dovolj, medtem ko so mali planeti in drugi objekti Sončnega sistema premajhni, da bi povečini bilo možno meriti kake podrobnosti njihovih površij.